

UE M1 : Modélisation des Systèmes Environnementaux**Etude de la chute verticale d'un corps avec frottements****Note**

Une feuille Excel vous est fournie : http://www.lisa.u-pec.fr/~siour/M1SGE/Exam_2017.xlsx Renommez la feuille Excel en Exam_nom_prénom_2017.xlsx. A la fin de l'examen, vous devrez rendre votre copie et la feuille Excel contenant vos résultats de simulations et graphiques.

Contexte

On considère un objet de masse m qui tombe dans l'atmosphère sans vitesse initiale. Cet objet est soumis à deux forces :

- son poids noté \vec{P} (vertical vers le bas), de valeur $P = mg$ (avec g la constante de pesanteur) ;
- une force de frottement \vec{F} (verticale de sens opposé au mouvement), de valeur $F = fv$ (avec f une constante).

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à ce système, la dérivée de la vitesse s'exprime ainsi :

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{f}{m}v$$

Cette équation différentielle a pour solution analytique :

$$v = \frac{gm}{f} \left[1 - \exp\left(-\frac{f}{m}t\right) \right]$$

Questions

- 1. Tracez l'évolution de la vitesse en fonction du temps à partir de la solution analytique** dans la feuille Excel sur l'onglet nommé Q1. Le graphique de l'évolution de la vitesse en fonction du temps est tracé automatiquement.
- 2. Expliquez le fonctionnement des méthodes numériques d'Euler explicite et de Runge Kutta à l'ordre 2.**
- 3. Utilisez la méthode d'Euler explicite pour résoudre ce système sur environ 100 itérations (i.e. lignes Excel) avec un pas de temps de 1 s, 3 s, 10s puis 20 s.** La résolution se fera dans la feuille Excel sur l'onglet nommé Q3.

Tracez l'évolution de la vitesse en fonction du temps pour ces trois simulations et discutez de l'influence du pas de temps sur la méthode de résolution numérique. Le graphique de l'évolution de la vitesse en fonction du temps est tracé

automatiquement : pour chacune des 3 simulations, copier/coller les **valeurs** des colonnes "temps" et "vitesse" dans le tableau "Résultat de simulations". La solution analytique est aussi tracée sur le graphique. **Quel pas de temps vous semble le mieux adapté ?**

4. Utilisez la méthode de Runge Kutta à l'ordre 2 pour résoudre ce système sur environ 100 itérations (i.e. lignes Excel) avec un pas de temps de 1 s, 3 s, 10 s puis 20 s. La résolution se fera dans la feuille Excel sur l'onglet nommé Q4.

Tracez l'évolution de la vitesse en fonction du temps pour ces trois simulations et discutez de l'influence du pas de temps sur la méthode de résolution numérique. Le graphique de l'évolution de la vitesse en fonction du temps est tracé automatiquement : pour chacune des 3 simulations, copier/coller les **valeurs** des colonnes "temps" et "vitesse" dans le tableau "Résultat de simulations". La solution analytique est aussi tracée sur le graphique. **Quel pas de temps vous semble le mieux adapté ?**

5. Comparez à la solution analytique les solutions numériques obtenues avec les méthodes d'Euler explicite et de Runge Kutta à l'ordre 2. Discutez.

Question bonus : L'objet tombe à partir d'une position initiale de 5 km. Déterminez à l'aide de la méthode d'Euler explicite le temps auquel l'objet atteint le sol.