

**UE M1 : Modélisation des Systèmes Environnementaux****Etude de la chute verticale d'un corps avec frottements****Note**

Une feuille Excel vous est fournie : [http://www.lisa.u-pec.fr/~siour/M1SGE/Exam\\_2017.xlsx](http://www.lisa.u-pec.fr/~siour/M1SGE/Exam_2017.xlsx) Renommez la feuille Excel en Exam\_nom\_prénom\_2017.xlsx. A la fin de l'examen, vous devrez rendre votre copie et la feuille Excel contenant vos résultats de simulations et graphiques.

**Contexte**

On considère un objet de masse  $m$  qui tombe dans l'atmosphère sans vitesse initiale. Cet objet est soumis à deux forces :

- son poids noté  $\vec{P}$  (vertical vers le bas), de valeur  $P = mg$  (avec  $g$  la constante de pesanteur) ;
- une force de frottement  $\vec{F}$  (verticale de sens opposé au mouvement), de valeur  $F = fv$  (avec  $f$  une constante).

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à ce système, la dérivée de la vitesse s'exprime ainsi :

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{f}{m}v$$

Cette équation différentielle a pour solution analytique :

$$v = \frac{gm}{f} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{f}{m}t\right) \right]$$

**Questions**

- 1. Tracez l'évolution de la vitesse en fonction du temps à partir de la solution analytique** dans la feuille Excel sur l'onglet nommé Q1. Le graphique de l'évolution de la vitesse en fonction du temps est tracé automatiquement.
- 2. Expliquez le fonctionnement des méthodes numériques d'Euler explicite et de Runge Kutta à l'ordre 2.**
- 3. Utilisez la méthode d'Euler explicite pour résoudre ce système sur environ 100 itérations (i.e. lignes Excel) avec un pas de temps de 1 s, 3 s, 10s puis 20 s.** La résolution se fera dans la feuille Excel sur l'onglet nommé Q3.

**Tracez l'évolution de la vitesse en fonction du temps pour ces trois simulations et discutez de l'influence du pas de temps sur la méthode de résolution numérique.** Le graphique de l'évolution de la vitesse en fonction du temps est tracé

automatiquement : pour chacune des 3 simulations, copier/coller les **valeurs** des colonnes "temps" et "vitesse" dans le tableau "Résultat de simulations". La solution analytique est aussi tracée sur le graphique. **Quel pas de temps vous semble le mieux adapté ?**

**4. Utilisez la méthode de Runge Kutta à l'ordre 2 pour résoudre ce système sur environ 100 itérations (i.e. lignes Excel) avec un pas de temps de 1 s, 3 s, 10 s puis 20 s.** La résolution se fera dans la feuille Excel sur l'onglet nommé Q4.

**Tracez l'évolution de la vitesse en fonction du temps pour ces trois simulations et discutez de l'influence du pas de temps sur la méthode de résolution numérique.** Le graphique de l'évolution de la vitesse en fonction du temps est tracé automatiquement : pour chacune des 3 simulations, copier/coller les **valeurs** des colonnes "temps" et "vitesse" dans le tableau "Résultat de simulations". La solution analytique est aussi tracée sur le graphique. **Quel pas de temps vous semble le mieux adapté ?**

**5. Comparez à la solution analytique les solutions numériques obtenues avec les méthodes d'Euler explicite et de Runge Kutta à l'ordre 2. Discutez.**

**Question bonus : L'objet tombe à partir d'une position initiale de 5 km. Déterminez à l'aide de la méthode d'Euler explicite le temps auquel l'objet atteint le sol.**